

ARTIGO DE PESQUISA | EDUCAÇÃO MATEMÁTICA COMPARADA

Versão 2.1 — Abril de 2026

Compilada em 11/05/2026 às 14:15 (BRT) • 8480c8e

O CÁLCULO AUSENTE: DUZENTOS ANOS DE CURRÍCULO, DEZ PAÍSES DE COMPARAÇÃO, UM VÁCUO ESTRUTURAL

*Análise Comparativa do Currículo de Matemática
do Ensino Médio em Dez Países e suas Implicações
para a Formação em Engenharia no Brasil*

Leonardo Chalhoub¹ • Jefferson Korte Junior²

¹ MSc em Administração (Finanças), Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS).
leonardochalhoub@gmail.com • <https://www.linkedin.com/in/leonardochalhoub/>

² Graduando, Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).
jefferson.2024@alunos.utfpr.br •
<https://www.linkedin.com/in/jefferson-korte-dev/>

O Brasil é o único país, entre os dez analisados, onde cálculo diferencial e integral não faz parte do currículo oficial do ensino médio. Este artigo documenta o vácuo curricular, compara com Japão, China, Coreia do Sul, Singapura, Alemanha, França, Rússia, Finlândia, Estados Unidos e o programa International Baccalaureate, e quantifica suas consequências mensuráveis: desempenho histórico em PISA (2003–2022), taxas de reprovação em Cálculo I nas engenharias federais e o déficit projetado de profissionais. Apresenta também o histórico de duzentos anos das reformas curriculares brasileiras (Colégio Pedro II 1837, Reforma Benjamin Constant 1890–1899, Reforma Capanema 1942, Movimento da Matemática Moderna 1960, PCN/BNCC) e o marco pedagógico contemporâneo (Bruner, Vygotsky, Rezende) que torna a intervenção curricular tecnicamente viável.

RESUMO

Este artigo conduz uma revisão sistemática dos currículos oficiais de matemática do ensino médio em dez países (Japão, China, Coreia do Sul, Singapura, Alemanha, França, Rússia, Finlândia, Estados Unidos e Brasil) e do programa International Baccalaureate, com foco específico na presença ou ausência de cálculo diferencial e integral e estatística inferencial antes da graduação. O achado central é direto: o Brasil é o *único* país da amostra cujo currículo nacional (BNCC) não inclui limites, derivadas ou integrais. Em todos os outros nove países e no IB, cálculo é ensinado entre os 15 e os 18 anos, com diferentes graus de obrigatoriedade. Documenta-se o impacto mensurável: a série histórica do Brasil em PISA (2003–2022) mostra estagnação em torno de 380 pontos em matemática (47–55 pontos abaixo da média OECD); apenas 1% dos jovens brasileiros são *top performers*, contra 41% em Singapura; taxas de reprovação em Cálculo I nas engenharias federais oscilam entre 48% e 77,5%; CONFEA projeta déficit de até 1 milhão de engenheiros até 2030. Discute-se o histórico de duzentos anos das reformas curriculares brasileiras (Colégio Pedro II 1837; Reforma Benjamin Constant 1890–1899, que incluiu cálculo no secundário; Reforma Capanema 1942; Movimento da Matemática Moderna 1960; PCN/BNCC) e o marco pedagógico que fundamenta a viabilidade da reintrodução (Bruner sobre currículo em espiral, Vygotsky sobre ZPD, Rezende sobre obstáculos epistemológicos no Cálculo). Conclui-se que o vácuo é estrutural, mensurável, historicamente conhecido, pedagogicamente solucionável, e representa oportunidade concreta para intervenções de educação aberta.

Palavras-chave: cálculo diferencial e integral; ensino médio; currículo de matemática; BNCC; educação comparada; formação em engenharia; PISA; reprovação universitária; reforma educacional; Movimento da Matemática Moderna; Reforma Benjamin Constant; Reforma Capanema; Bruner; Vygotsky; recursos educacionais abertos.

ABSTRACT

This article conducts a systematic review of official secondary school mathematics curricula in ten countries (Japan, China, South Korea, Singapore, Germany, France, Russia, Finland, the United States, and Brazil) and the International Baccalaureate, with specific focus on the presence or absence of differential and integral calculus and inferential statistics before higher education. The central finding is direct: Brazil is the *only* country in the sample whose national curriculum (BNCC) does not include limits, derivatives, or integrals. We document measurable impact: Brazilian PISA performance (2003–2022) stagnates around 380 points in mathematics (47–55 points below OECD average); only 1% of Brazilian youth qualify as top performers, against 41% in Singapore; failure rates in Calculus I across Brazilian federal engineering programs range from 48% to 77.5%; CONFEA projects an engineer deficit of up to 1 million by 2030. We trace two hundred years of Brazilian curricular reforms (Imperial Colégio Pedro II 1837; Benjamin Constant 1890–1899, which briefly included calculus in secondary education;

Capanema 1942; Modern Mathematics Movement 1960; PCN/BNCC) and the pedagogical framework that supports reintroduction (Bruner's spiral curriculum, Vygotsky's ZPD, Rezende's epistemological obstacles).

Keywords: differential and integral calculus; secondary education; mathematics curriculum; BNCC; comparative education; engineering education; PISA; university failure rates; educational reform; Modern Mathematics Movement; Benjamin Constant Reform; Capanema Reform; Bruner; Vygotsky; open educational resources.

1 INTRODUÇÃO

A pergunta deste artigo é simples: *em quais países do mundo um aluno aprende cálculo diferencial e integral antes de entrar na universidade?* A resposta surpreende quem está acostumado ao sistema brasileiro. Em praticamente todos os países desenvolvidos com tradição séria em educação matemática [?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?] — Japão, China, Coreia do Sul, Singapura, Alemanha, França, Rússia, Finlândia, Estados Unidos — cálculo faz parte do currículo do ensino médio para alunos que pretendem cursar engenharia, ciências exatas ou economia. No Brasil, não [?, ?].

A ausência do cálculo no ensino médio brasileiro é uma anomalia historicamente conhecida. **Geraldo Ávila**, professor titular do IME-USP e fundador da *Revista do Professor de Matemática* (RPM), publicou em 1991 o artigo intitulado “*O ensino de Cálculo no 2.º grau*” [?], no qual perguntava diretamente: “*por que não ensinamos cálculo na escola de segundo grau?*”. A questão permanece em aberto trinta e cinco anos depois. **Wanderley Rezende** (UFF), em sua tese de doutorado defendida no IME-USP em 2003 [?], formalizou o diagnóstico: a dificuldade dos alunos brasileiros em Cálculo I universitário é *essencialmente epistemológica*, não metodológica, e tem como raiz a omissão das ideias básicas do cálculo no ensino que precede a universidade.

A relevância da pergunta foi recentemente amplificada pelo debate público sobre o “apagão de engenheiros”. Segundo o Conselho Federal de Engenharia e Agronomia (CONFEA) [?], o Brasil pode enfrentar déficit de até 1 milhão de profissionais até 2030, com o número de matrículas em cursos de engenharia caindo 30% entre 2015 e 2024 e 52% no caso específico da engenharia civil [?, ?]. Em paralelo, a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I nas engenharias federais brasileiras apresenta taxas de reprovação historicamente altas: a Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) registrou “cerca de 70% de reprovação” em um período recente [?]; pesquisa na Unicamp constatou taxa combinada de reprovação e evasão de 77,5% entre 1997 e 2009 [?]; meta-análise nacional reporta taxa média histórica próxima a 48% [?].

O argumento deste artigo não é causal estrito. Não se afirma que a inclusão de cálculo no ensino médio brasileiro resolveria, por si só, o conjunto desses problemas. Argumenta-se que (i) o vácuo curricular existe, (ii) é mensurável, (iii) está documentado em literatura acadêmica brasileira há mais de três décadas, e (iv) contrasta com a prática internacional dominante de uma forma que merece ser mapeada com precisão. A intervenção via educação aberta — ofertando esse conteúdo de forma gratuita, em português, para adolescentes brasileiros curiosos — é, à luz dessa evidência, intervenção de baixo custo e baixo risco, com benefício potencial não nulo.

O restante deste paper está organizado como segue. A Seção 2 estabelece o marco conceitual e pedagógico (Bruner, Vygotsky, Rezende, Singapore Math). A Seção 3 descreve a metodologia. A Seção 4 apresenta o panorama internacional, com subseções por país. A Seção 5 oferece uma comparação ano a ano: o que sabe um aluno de 15, 16 e 17 anos em cada país. A Seção 6 traça duzentos anos do caso brasileiro: do Império ao BNCC. A Seção 7 documenta

as consequências mensuráveis. A Seção 8 apresenta exemplos comparativos de problemas de exames internacionais vs. ENEM. A Seção 9 discute contra-argumentos. A Seção 10 lista implicações. A Seção 11 conclui.

2 MARCO CONCEITUAL E PEDAGÓGICO

Antes de comparar currículos, é necessário estabelecer o arcabouço pedagógico que torna a discussão sobre cálculo no ensino médio uma questão técnica, não retórica. Três autores são centrais: Jerome Bruner, Lev Vygotsky e Wanderley Rezende. Um caso prático — Singapore Math — fornece evidência empírica de que a aplicação sistemática desses princípios produz resultados internacionais mensuráveis.

2.1 Bruner e o Currículo em Espiral

Jerome Bruner (1915–2016), psicólogo cognitivo de Harvard, formulou em 1960 o princípio do *currículo em espiral* [?]: tópicos matemáticos não devem ser apresentados uma única vez em sua forma completa, mas revisitados em níveis crescentes de complexidade ao longo da escolarização. Cada revisita reconstrói, refina e integra a compreensão prévia, em vez de substituí-la. Bruner postulou ainda três modos de representação do conhecimento que se sucedem no aprendizado: *enativo* (ação concreta), *icônico* (imagem mental) e *simbólico* (notação formal abstrata) [?].

A consequência prática para o ensino do cálculo é direta: a ideia de “taxa de variação” pode ser introduzida no nível enativo (velocidade de uma bola caindo), depois icônico (gráfico posição-tempo), e finalmente simbólico (definição formal de derivada via limite). A versão simbólica não precisa esperar a universidade — ela é o ponto de chegada de uma trajetória que pode e deve começar bem antes.

Bruner sintetizou seu princípio em uma frase que se tornou clássica: “*any subject can be taught effectively in some intellectually honest form to any child at any stage of development*” [?] — qualquer matéria pode ser ensinada de forma intelectualmente honesta a qualquer criança em qualquer estágio de desenvolvimento. A frase não é retórica: é uma proposição empírica que orientou a maior reforma curricular bem-sucedida do século XX, no caso de Singapura (Seção 2.4).

2.2 Vygotsky e a Zona de Desenvolvimento Proximal

Lev Vygotsky (1896–1934), psicólogo soviético, introduziu em seus últimos anos de vida o conceito de *Zona de Desenvolvimento Proximal* (ZPD) [?]: a região entre o que o aluno consegue fazer sozinho e o que consegue fazer com auxílio de um *more knowledgeable other* — professor, colega mais avançado, ou material didático bem desenhado. O aprendizado eficaz ocorre nessa zona; o que está abaixo é repetição, o que está acima é fricção sem progresso.

O conceito de *scaffolding* (andaime), formalizado por Bruner, Wood e Ross, é a ope-

racionalização de ZPD: o suporte é fornecido enquanto necessário e gradualmente retirado conforme o aluno se aproxima de seu nível de desenvolvimento potencial. Pesquisa subsequente em educação STEM demonstra que dar ao aluno as tarefas *mais difíceis que ele consegue fazer com scaffolding* produz os maiores ganhos de aprendizagem.

O argumento para cálculo no ensino médio decorre: se um aluno de 17 anos no Japão, na Alemanha ou em Singapura consegue aprender derivadas e integrais com scaffolding adequado, isso demonstra empiricamente que o conteúdo está dentro da ZPD da faixa etária. A ausência do conteúdo no Brasil é decisão curricular, não limitação cognitiva.

2.3 Rezende e os Obstáculos Epistemológicos

A análise mais rigorosa do problema brasileiro foi conduzida por Wanderley Moura Rezende (UFF) em sua tese de doutorado defendida no IME-USP em 2003 [?]. Após análise empírica e teórica das dificuldades de aprendizagem em Cálculo I, Rezende identificou *cinco macro-eixos epistemológicos* de dificuldade estruturante:

1. *Eixo discreto/contínuo*: transição da aritmética finita para análise.
2. *Eixo variabilidade/permanência*: variável como objeto que se move.
3. *Eixo finito/infinito*: noção de processo limite.
4. *Eixo local/global*: comportamento pontual vs. comportamento integral.
5. *Eixo sistematização/construção*: lógica formal vs. raciocínio investigativo.

O diagnóstico central é provocador: existe *uma fonte única* dessas cinco dificuldades, e ela é **a omissão das ideias básicas e dos problemas construtores do Cálculo no ensino de matemática que antecede a universidade** [?]. Não é, segundo Rezende, falta de pré-requisitos algébricos, nem falta de capacidade cognitiva dos alunos, nem inadequação dos métodos universitários: é o fato de que o aluno encontra a problemática do cálculo de forma pontual, abstrata e descontextualizada, sem ter sido preparado para pensar em variação, em limite, em infinitésimo.

A tese tem 486 citações em literatura acadêmica de educação matemática brasileira [?]. É a referência mais sólida disponível sobre o problema do cálculo universitário brasileiro.

2.4 O Caso Singapura: Bruner Aplicado em Escala Nacional

Singapura oferece a evidência empírica mais clara de que a aplicação sistemática dos princípios de Bruner produz resultados mensuráveis. Em 1981, o *Curriculum Development Institute of Singapore* (CDIS) começou a desenvolver os primeiros livros didáticos próprios de matemática, baseados explicitamente na sequência *Concrete-Pictorial-Abstract* (CPA) — a operacionalização direta dos modos enativo–icônico–simbólico de Bruner [?].

O princípio operacional ficou conhecido como “*fewer concepts with greater detail*”: menos tópicos, mais profundidade, com revisitas em espiral. Para o ensino do cálculo no nível pré-universitário, isso significa que o conceito de derivada não é apresentado de uma vez como definição limite — é construído ao longo de anos, partindo de razões de mudança em problemas concretos (preço, distância, temperatura), passando pela inclinação de retas tangentes, e culminando em diferenciação implícita e séries de Maclaurin no H2 Mathematics [?].

O resultado mensurável aparece em todas as avaliações internacionais. No TIMSS, Singapura ficou em primeiro lugar mundial em matemática nas avaliações de 1995, 1999, 2003 e 2015 entre estudantes de 4.^a e 8.^a séries [?]. No PISA 2022, foram 41% de top performers — vinte vezes mais que a média mundial. No PISA 2022 ranking de matemática, Singapura ocupa a primeira posição global [?].

A lição relevante para o Brasil não é “copiar Singapura” — o contexto é radicalmente distinto. A lição é: a teoria pedagógica que permite ensinar cálculo no ensino médio está disponível, foi testada em um país inteiro durante 40 anos, e produz resultados. A questão deixa de ser “é possível?” para ser “por que não?”.

3 METODOLOGIA

A revisão usou fontes oficiais de cada país (ministérios da educação, sistemas de exame nacionais, comitês de currículo) sempre que disponíveis em formato eletrônico, complementadas por relatórios de comparações internacionais (TIMSS Advanced 2015, PISA 2003–2022, IB Mathematics Comparability Study) quando havia divergência ou ambiguidade entre fontes nacionais.

Para cada país, foram catalogados:

1. Estrutura geral do ensino médio (duração, divisão em trilhas/séries).
2. Currículo de matemática nos anos finais do ensino médio (idades 15–18).
3. Presença/ausência de cálculo diferencial (limites, derivadas).
4. Presença/ausência de cálculo integral.
5. Presença/ausência de estatística inferencial (testes de hipótese, intervalos de confiança).
6. Sistema de exame nacional/vestibular e o peso atribuído à matemática.
7. Estatísticas de desempenho disponíveis (PISA, TIMSS).

A definição operacional de “cálculo no currículo” adotada foi: *tópico aparece de forma explícita e obrigatória ou eletiva formal no documento curricular nacional, com expectativa de avaliação em exame de saída/admissão*. Tópicos mencionados em livros didáticos mas não

cobrados em exame nacional foram classificados como “ausentes” do currículo (caso típico do Brasil, conforme reconhecido pela própria Sociedade Brasileira de Educação Matemática [?]).

Limitações metodológicas declaradas: (i) os documentos curriculares oficiais são *desideratos prescritivos*, não medidas do que de fato é ensinado em sala de aula; pode haver descolamento entre currículo oficial e implementação real, em qualquer um dos países analisados. (ii) A análise comparativa internacional sempre carrega risco de viés do analista; foi feita ênfase em fontes oficiais para mitigar. (iii) Inferências causais entre presença/ausência de cálculo no EM e indicadores de desempenho universitário são tratadas como plausíveis, não como demonstradas — discussão na Seção 9. (iv) **Recorte regional limitado:** a amostra prioriza as nações usualmente referenciadas em comparações internacionais (potências asiáticas, OECD europeia, EUA + IB) e o próprio Brasil. *Nenhum país da América Latina entrou na amostra* — omissão consciente que enfraquece a tese caso se queira evitar acusação de *cherry-picking* de países ricos. A inclusão de Argentina, Chile e México em revisão futura permitiria testar se o argumento “Brasil é exceção” resiste quando o referente é regional, não global. Esta limitação fica explicitamente registrada no roadmap para a versão expandida deste artigo.

Definição operacional de auditabilidade do achado central

Para tornar o achado “Brasil é o único da amostra cujo currículo nacional não inclui limites/derivadas/integrais” *verificável por terceiros em tempo linear* (e não em quatro horas de leitura manual por país), este artigo acompanha um pipeline de auditoria automatizada:

- `articles/scripts/sources_calculo_curricula.json` — manifest com URL, idioma, ano de emissão e *paper_claim* (`present / absent / eletivo`) para cada um dos 11 documentos curriculares oficiais usados como fonte primária.
- `articles/scripts/audit_curricula_keywords.py` — baixa cada PDF (idempotentemente, em `articles/snapshots/calculo/`), extrai texto via `pdftotext` (Poppler) ou fallback `pdfplumber`, e procura ocorrências case-insensitive de termos de cálculo no idioma original do documento (PT/EN/ES/DE/FR/JA/ZH/KO/RU/FI). Saída: CSV em `articles/snapshots/calculo/audit_report.csv` com status OK ou INCONSISTENT para cada país.
- Em modo `-strict`, o script falha (`exit 1`) se algum currículo estrangeiro tem 0 hits ou se a BNCC tem $N > 0$ hits. Ambos os casos invalidariam o achado central.

Esta camada de auditabilidade automatizada endereça a objeção metodológica recorrente em revisões sistemáticas de currículo internacional: “o achado depende de leitura manual; qualquer erro de leitura é indetectável”. A partir da v2.1 deste artigo, a verificação é programática.

4 PANORAMA INTERNACIONAL

4.1 Japão

O ensino médio japonês (*kōkō*, 16–18 anos) organiza matemática em módulos sequenciais e eletivos: Math I, Math II, Math III, e os complementares Math A, Math B e Math C [?, ?]. O **Math III** (terceiro ano) cobre derivadas (incluindo composta, inversa, exponencial, logarítmica e trigonométrica) e integração; é eletivo no currículo geral, mas *obrigatório para vestibular de cursos de ciências e engenharia*. O **Math B** cobre estatística inferencial básica e probabilidade. O EJU (*Examination for Japanese University Admission*), administrado pelo JASSO, testa Math II em nível básico ou Math III em nível avançado [?].

Tabela 1 – Currículo de matemática no ensino médio japonês (*kōkō*)

Ano	Idade	Disciplina	Tópicos centrais
1.º	15–16	Math I + Math A	Álgebra, equações, funções, probabilidade básica, lógica
2.º	16–17	Math II + Math B	Trigonometria, log/exp, séries, vetores, cálculo elementar , estatística
3.º	17–18	Math III + Math C	Derivadas avançadas , integração , cálculo bidimensional , matrizes, cônicas

4.2 China

A China dedica ao Gaokao o maior peso de matemática no mundo: 150 pontos do exame nacional [?, ?]. O currículo oficial cobre, ao final do 11.º ano, **derivadas e suas aplicações** (regra da cadeia, do produto, do quociente, otimização). Para alunos da trilha de Ciências Naturais, o 12.º ano adiciona **conceito de integral definida, Teorema Fundamental do Cálculo e aplicações simples**. Estatística básica e probabilidade aparecem no currículo desde o 10.º ano.

Tabela 2 – Currículo de matemática no ensino médio chinês

Ano	Idade	Tópicos centrais
10.º	15–16	Funções, álgebra, geometria analítica plana, estatística + probabilidade , trigonometria
11.º	16–17	Cônicas, vetores 3D, sequências, derivadas e aplicações , indução matemática
12.º	17–18	Combinatória, números complexos, integral definida + TFC + aplicações (trilha Ciências Naturais), revisão

4.3 Coreia do Sul

O *Suneung* (CSAT), administrado pela Korea Institute of Curriculum and Evaluation (KICE) na terceira quinta-feira de novembro, é considerado um dos exames mais rigorosos do mundo [?, ?]. A estrutura inclui Math I e Math II obrigatórios (logaritmos, sequências, trigonometria, limites, pré-cálculo, cálculo) mais um eletivo entre Probability & Statistics (típico para humanidades) ou **Calculus** ou Geometry (típicos para ciências e engenharia).

4.4 Singapura

Singapura segue o modelo Cambridge A-Level adaptado pelo Ministry of Education (MOE) [?, ?]. O **H2 Mathematics (syllabus 9758)** é o curso padrão de pré-universidade para ciências e engenharia. cobre, em *Pure Mathematics*: diferenciação implícita e paramétrica, séries de Maclaurin, técnicas de integração (substituição, partes, frações parciais), integrais definidas com aplicações geométricas (volumes, áreas) e *equações diferenciais* de primeira ordem (separáveis, lineares). Em *Probability and Statistics*: distribuições discretas (binomial, Poisson), distribuição normal, teorema central do limite, **testes de hipótese**, correlação e regressão linear.

4.5 Alemanha

O *Abitur* alemão tem dois níveis nas matérias da *Oberstufe*: **Grundkurs** (curso básico, $\approx 3\text{h/semana}$) e **Leistungskurs** (curso intensivo, $\approx 5\text{h/semana}$) [?, ?, ?]. Aluno de Leistungskurs Mathematik cobre três grandes blocos: *Analysis* (funções, derivadas, integrais, otimização, séries, EDOs simples), *Lineare Algebra* (vetores, matrizes, sistemas, autoespaços) e *Stochastik* (probabilidade, distribuições, testes de hipótese binomial e normal). O exame final tem 300 minutos totais (110 sem ferramentas + 190 com), inclui demonstração formal e cálculo aplicado.

4.6 França

A reforma educacional francesa de 2019 substituiu as séries tradicionais (S, ES, L) do *lycée* por especialidades eletivas [?, ?]. **Spécialité Mathématiques** é uma das mais escolhidas e tem programa rigoroso na Terminale (último ano). O programa cobre *Analyse* (sequências e limites, continuidade, diferenciabilidade, funções logarítmicas, seno, cosseno, **primitivas, equações diferenciais, cálculo integral**), *Algèbre-Géométrie* (vetores no espaço, combinatória) e *Probabilités* (esquema de Bernoulli, variáveis aleatórias, **Lei dos Grandes Números, teorema central do limite**). A prova do Baccalauréat em Spécialité Maths tem coeficiente 16 (entre os mais altos) e duração de quatro horas. A tradição francesa de demonstração formal — herdeira de Cauchy, Lagrange, Fourier, Poincaré — está presente no exame.

4.7 Rússia

A Rússia mantém forte tradição matemática herdada do período soviético [?, ?, ?]. O ensino médio (10.º e 11.º anos) tem dois níveis: **Basic** (para quem não vai estudar matemática

na universidade) e **Profile** (rigoroso, requerido para admissão em ciências exatas, engenharia, medicina). O programa Profile cobre *Algebra and Calculus* (trigonometria avançada, exponencial, logaritmo, **diferenciação, integração, teoria dos números**) e *Geometry* (analítica + sólidos). O EGE Profile é considerado um dos exames de matemática mais difíceis do mundo. Escolas especializadas como a Moscow State School 57 treinam alunos a nível pré-graduação ainda no ensino médio.

4.8 Finlândia

A Finlândia tem reputação internacional de alta qualidade educacional com baixa pressão de exames [?, ?]. O *lukio* (ensino médio geral, 16–19 anos) oferece dois currículos de matemática: **Advanced Mathematical Syllabus** (matematiikan pitkä oppimäärä, 18 créditos compulsórios + 6 opcionais) e **Basic Mathematical Syllabus**. O Advanced cobre análise (funções, derivadas, integrais), álgebra linear básica, trigonometria, estatística e probabilidade. A filosofia finlandesa enfatiza modelagem de fenômenos, raciocínio e resolução de problemas *antes* de notação formal — uma operacionalização explícita dos princípios de Bruner.

4.9 Estados Unidos

Os Estados Unidos têm sistema educacional descentralizado por estado, sem currículo nacional unificado. O Advanced Placement (AP), operado pela College Board, é o mais próximo de currículo nacional para conteúdo avançado pré-universitário [?, ?]. **AP Calculus AB** cobre limites, derivada, integral, equações diferenciais simples; equivale ao primeiro semestre de Cálculo 1 universitário americano. **AP Calculus BC** adiciona integração por partes, séries infinitas (Taylor, Maclaurin), equações paramétricas, vetoriais, e cálculo polar — equivalente a Cálculo 1 + 2. **AP Statistics** cobre estatística descritiva, probabilidade, inferência, regressão linear (sem cálculo). A oferta é eletiva. Estimam-se $\approx 6\%$ dos estudantes americanos chegando à universidade tendo cursado AP Calculus BC.

4.10 International Baccalaureate (IB)

Adicionalmente ao currículo nacional dos países, o programa International Baccalaureate Diploma Programme (IB DP) opera em mais de 5.500 escolas em 160+ países, incluindo Brasil [?, ?]. O *Mathematics: Analysis and Approaches* (AA), em sua versão Higher Level (HL), cobre cinco grandes tópicos: Number & Algebra, Functions, Geometry & Trigonometry, Statistics & Probability, e **Calculus**. A seção de Calculus inclui limites e continuidade; diferenciação completa (incluindo regras avançadas, derivadas implícitas, paramétricas); integração como reversão da diferenciação e como ferramenta para áreas e volumes; **equações diferenciais**; modelagem aplicada; **séries de Maclaurin**. Estudantes brasileiros que cursam IB DP em escolas particulares no Brasil *já fazem cálculo no ensino médio* — é apenas o sistema público que não oferece.

4.11 Sumário Quantitativo

A Tabela 3 sintetiza a presença ou ausência de cálculo e estatística inferencial nos dez países analisados, com identificação do exame nacional ou sistema de admissão associado e desempenho em PISA 2022.

Tabela 3 – Cálculo e estatística no ensino médio: comparativo internacional

País / Sistema	Cálculo no EM	Estat. infer.	PISA 2022
Singapura	H2 Math (sim)	Sim	575
Macau (China)	Sim	Sim	552
Japão	Math III	Math B	536
Coreia do Sul	Calculus (eletivo)	P&S (eletivo)	527
Finlândia	Advanced	Sim	484
Rússia (2018)	Profile	Sim	478
Alemanha	Leistungskurs	Stochastik	475
França	Spécialité	Bernoulli, LGN	474
Estados Unidos	AP Calc (eletivo)	AP Stats (eletivo)	465
IB DP	AA HL (sim)	Sim	—
Brasil	Não	Parcial	379

Cálculo no ensino médio – 10 países + IB (currículos oficiais 2024)
Brasil é o único país da amostra cujo currículo nacional não inclui cálculo diferencial e integral antes da graduação.

	Limites	Derivadas	Integrais	EDO simples	Séries	Geom. diferencial
Singapura	obrig.	obrig.	obrig.	obrig.	obrig.	eletivo
Coreia do Sul	obrig.	obrig.	obrig.	obrig.	obrig.	eletivo
Japão	obrig.	obrig.	obrig.	obrig.	obrig.	eletivo
China	obrig.	obrig.	obrig.	eletivo	eletivo	—
Rússia	obrig.	obrig.	obrig.	obrig.	eletivo	—
IB (HL Analysis)	obrig.	obrig.	obrig.	obrig.	obrig.	eletivo
Alemanha	obrig.	obrig.	obrig.	eletivo	eletivo	—
França	obrig.	obrig.	obrig.	eletivo	eletivo	—
Finlândia	obrig.	obrig.	obrig.	eletivo	eletivo	—
Estados Unidos*	eletivo	eletivo	eletivo	eletivo	eletivo	—
Brasil (BNCC)	—	—	—	—	—	—

Legend:
■ Obrigatório no currículo nacional para STEM
■ Eletivo / depende de itinerário ou trilha
■ Ausente
■ Brasil (BNCC) – único país com todas ausentes

Fonte: documentos curriculares oficiais – BNCC 2018 (INEC), MEXT/Singapore 9758, MEXT/JASSO Japão, NRW/Lehrlern/Altenrhein, Educatif BAC França, MOE/Komro CSAT, OFKOT/ET3 Rússia, Opetushallitus Finlândia, College Board AP Calculus, IB DP Mathematics: Analysis HL, *EUA e federalizado: AP optional implementation varia por estado/estado/condado. Compilação: Mestrado em Dados, abr/2024.

Figura 1 – Cálculo no ensino médio em 10 países + IB. Cada célula indica se o tópico de cálculo (limites, derivadas, integrais, EDOs simples, séries, geometria diferencial) é *obrigatório* no currículo nacional para ingresso em STEM, *eletivo*, ou *ausente*. Brasil (BNCC 2018) é o único país da amostra com toda a linha ausente. Estados Unidos é federalizado e marca *eletivo* porque AP Calculus AB/BC é opcional e implementação varia por estado/escola/distrito.

5 COMPARATIVO ANO A ANO: O QUE SABE UM ALUNO EM CADA IDADE?

Esta seção responde diretamente à pergunta operacional: tomado um aluno qualquer dos países comparados, em qual idade ele encontra qual conteúdo? A análise é organizada por idade-alvo (15, 16, 17 anos), correspondendo aproximadamente ao 1.º, 2.º e 3.º anos do ensino médio brasileiro.

5.1 Aos 15 anos

Tabela 4 – Conteúdo típico aos 15 anos por país

País	Cálculo	Estatística	Detalhe
Japão	—	Probabilidade básica	Math I + Math A
China	—	Estat. + prob. básica	Funções, geometria, trigonometria
Singapura	Pré-cálculo	Estat. descritiva	E-Math final do Sec 4
Alemanha	—	Probabilidade	Funções quadráticas, sistemas
França	Taxa de variação	Estat. descritiva	Seconde
Brasil	—	Estat. descritiva	Funções, conjuntos, sequências

Aos 15 anos, o conteúdo brasileiro é razoavelmente comparável ao dos outros países — exceto pela ausência de qualquer noção introdutória de taxa de variação ou ideia de derivada. A Spécialité francesa já apresenta “taxa de variação” como conceito explícito, preparando o terreno para a derivada formal aos 16–17 anos.

5.2 Aos 16 anos

Tabela 5 – Conteúdo típico aos 16 anos por país

País	Cálculo	Estatística	Detalhe
Japão	Cálculo elementar	Inferência básica	Math II + Math B
China	Derivadas + aplic.	Distribuições	11.º ano
Singapura	Diferenc. completa	Prob. + binomial	H2 Math iniciado
Alemanha	Cálculo diferencial	Distrib. binomial	Klasse 11
França	Derivada formal	Var. aleatórias	Première
Coreia do Sul	Limites + cálculo	Probabilidade	Math II obrigatório
EUA	Pré-cálculo	AP Stats (eletivo)	11.º ano
Brasil	—	Estat. descritiva	Análise combinatória

Aos 16 anos, o gap se abre dramaticamente. Em sete dos dez sistemas comparados, o aluno já está fazendo cálculo diferencial em algum nível. No Brasil, o conteúdo é análise combinatória e geometria — relevantes, mas sem qualquer interface com cálculo.

5.3 Aos 17 anos

Tabela 6 – Conteúdo típico aos 17 anos por país

País	Cálculo	Estatística	Detalhe
Japão	Math III: integ.	—	Cálculo bidim. p/ vestibular
China	Integral + TFC	Distribuições	Trilha Ciências Naturais
Singapura	Integ. + EDOs	Hipótese, re- gress.	JC 2 (H2 Math final)
Alemanha	Integral + EDO	Stochastik	Klasse 12 (Abitur)
França	Integral + EDO	Bernoulli, LGN	Terminale
Coreia do Sul	Calculus eletivo	P&S eletivo	Suneung em novembro
Rússia	Diferenc. + integ.	Sim	EGE Profile
EUA	AP Calc AB ou BC (eletivo)	AP Stats	12.º ano
Brasil	—	Estat. descritiva	Geom. analítica, polinômios

Aos 17 anos, a divergência é completa. Em oito dos dez sistemas comparados, o aluno termina o ensino médio tendo coberto o equivalente a Cálculo I universitário brasileiro. No Brasil, a matemática do 3.º ano do EM cobre tópicos de pré-cálculo (geometria analítica, polinômios) que *seriam pré-requisitos para o cálculo*, sem nunca chegar ao cálculo em si. É como ensinar gramática em três anos sem nunca pedir que o aluno escreva uma redação.

5.4 O Salto Abrupto

Na maioria dos países comparados, o aluno chega ao 1.º semestre de engenharia tendo *já visto* o conteúdo de Cálculo 1 — o primeiro semestre é, em larga medida, revisão e formalização. No Brasil, o aluno encontra a derivada pela primeira vez aos 18 anos, em uma disciplina de 90 dias que costuma incluir 100% do conteúdo “novo” — sem revisita, sem espiral, sem scaffolding prévio.

Bruner descreveu exatamente esse padrão como *anti-padrão pedagógico*: apresentar um conceito complexo em sua forma final sem revisitas progressivas tende a produzir compreensão superficial, retenção curta e *fracasso de transferência* (o aluno aplica em prova mas não consegue usar em outra disciplina no mesmo semestre — fenômeno bem documentado em estudos de educação matemática brasileiros) [?, ?, ?].

6 O CASO BRASILEIRO: DUZENTOS ANOS DE CURRÍCULO

O caso brasileiro só pode ser entendido em sua trajetória histórica. Ao contrário do que sugere o senso comum, a ausência do cálculo no ensino médio brasileiro não é “natural” nem “definitiva”: é resultado de decisões políticas e curriculares sucessivas, algumas das quais

incluíram cálculo no programa antes de removê-lo. Esta seção traça os marcos de duzentos anos.

6.1 Império: o Colégio Pedro II (1837)

O **Colégio Pedro II**, fundado em 2 de dezembro de 1837 por Decreto Imperial, foi a primeira instituição de ensino secundário organizada no Brasil [?]. Resultou da reorganização do Seminário de São Joaquim e foi concebido como modelo para padronizar a educação nacional. O ensino secundário foi dividido em dois cursos: o de “primeira classe” com estudos científicos, com duração de quatro anos; e o de “segunda classe” com caráter humanístico e literário, com duração de três anos, conduzindo ao título de bacharel — requisito para admissão ao ensino superior. O currículo incluía Álgebra, Geometria, Ciências Físicas, Desenho e Música. **Cálculo não fazia parte do programa** nesse período inicial.

6.2 República Velha: a Reforma Benjamin Constant (1890–1899)

Após a Proclamação da República em 1889, **Benjamin Constant** Botelho de Magalhães foi nomeado Ministro da Instrução Pública. Inspirado pelo positivismo de Auguste Comte e pela hierarquia das ciências positivas, Benjamin Constant promulgou o **Decreto n.º 981, de 8 de novembro de 1890**, que reorganizou o currículo do “ginásio nacional” em séries com matemática progressiva [?, ?]. Segundo o decreto, os alunos estudariam:

- 1.º ano (1891): aritmética e álgebra elementares
- 2.º ano (1892): geometria preliminar e trigonometria retilínea
- 3.º ano (1893): geometria geral e **cálculo**

Foi, portanto, a **primeira tentativa formal de incluir Cálculo Diferencial e Integral no currículo do ensino secundário brasileiro**. A reforma, no entanto, foi descontinuada em **1899**, após sucessivas reformas educacionais e mudanças políticas que se seguiram à morte de Benjamin Constant em 22 de janeiro de 1891. Desde então, o cálculo nunca mais voltou a fazer parte do currículo oficial do ensino secundário/médio brasileiro.

Nota metodológica: a Reforma Benjamin Constant como descontinuidade institucional

A janela 1890–1925 (entrada e saída do cálculo no secundário brasileiro) constitui uma descontinuidade institucional quasi-experimental com características raras. Em primeiro lugar, **a data é precisa em fontes primárias**: o Decreto n.º 981/1890 introduziu cálculo no programa do 3.º ano, e o Decreto n.º 3.890, de 1.º de janeiro de 1901 (Reforma Epiácio Pessoa), o suprimiu na revisão geral do currículo do ginásio. Em segundo lugar, **a remoção foi exógena ao desempenho dos alunos** — ela seguiu a morte prematura de Benjamin Constant (22/jan/1891) e o subsequente realinhamento político da Velha República, não uma avaliação técnica de

ineficácia. Em terceiro lugar, **há outcome de longo prazo disponível**: a Escola Politécnica do Rio de Janeiro (criada em 1874), a Escola Politécnica de São Paulo (1894) e a Escola Naval mantiveram exames de admissão durante todo o período, e essas atas estão hoje no acervo do Arquivo Nacional e dos arquivos institucionais das universidades-sucessoras (UFRJ, USP, IME).

Este artigo *não realiza* essa análise quasi-experimental — ela demanda digitalização e codificação de atas de exame fora do escopo de revisão sistemática. O ponto registrado aqui é que a descontinuidade existe, está documentada em decreto federal verificável, e *aguarda* um Interrupted Time Series formal sobre as coortes de ingresso em engenharia entre 1895–1930. Singapura 1981 (introdução do Singapore Math) é janela DiD natural análoga — $k \sim 10$ países, $T \sim 4$ ciclos PISA pós-2003 — também não explorada neste artigo, e portanto também roadmap para versão futura.

6.3 Era Vargas: a Reforma Capanema (1942)

Em 9 de abril de 1942, o Ministro da Educação Gustavo Capanema promulgou o **Decreto-Lei n.º 4.244**, conhecido como *Lei Orgânica do Ensino Secundário* ou Reforma Capanema [?]. A lei estabeleceu o ensino secundário em dois ciclos: *1.º ciclo Ginasial* com duração de quatro anos, e *2.º ciclo Colegial*, com cursos Clássico (humanidades) e Científico (ciências exatas), distribuídos em três anos. As disciplinas comuns ao Clássico e Científico eram lecionadas segundo o mesmo programa, exceto matemática, física, química e biologia, cujos programas tinham maior abrangência no Científico.

A reforma incorporou propostas de Euclides Roxo (livro *A Matemática na Escola Secundária*), que defendia abordagem moderna e prática. O programa de matemática do Científico cobria álgebra, trigonometria, geometria analítica e introduções a séries e limites — mas **não cobria derivadas ou integrais formalmente**. A Reforma Capanema manteve a omissão herdada da abolição da reforma de Benjamin Constant.

6.4 O Movimento da Matemática Moderna (1960–1980)

Na década de 1960, sob influência do *School Mathematics Study Group* (SMSG) americano, instaurou-se no Brasil o **Movimento da Matemática Moderna** (MMM) [?, ?]. O professor **Oswaldo Sangiorgi**, que fora aos EUA em 1960 com bolsa da União Pan-Americana e da National Science Foundation, retornou ao Brasil para fundar o *Grupo de Estudos do Ensino de Matemática* (GEEM) e atuar como principal disseminador das novas ideias.

O MMM enfatizou conceitos abstratos modernos — teoria de conjuntos, álgebra abstrata, estruturas — em detrimento de cálculo e geometria clássica. Foi um recuo, do ponto de vista da introdução do cálculo: o currículo brasileiro reorganizou-se em torno de fundamentos lógicos abstratos, não da análise. O MMM foi criticado posteriormente por sua descontextualização e abstração excessiva, e foi gradualmente abandonado nas décadas de 1980–1990. Mas seu legado curricular — a ênfase em conjuntos, funções como relações, álgebra abstrata — permanece detectável nos livros didáticos atuais e nos PCN.

6.5 PCN, PCNEM e BNCC (1997–2018)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de 1997 e os PCN para o Ensino Médio (PCNEM) de 2000 organizaram a matemática em quatro blocos: Números e Operações, Funções, Geometria, e Análise de Dados. O eixo Análise de Dados marcou a entrada oficial de tópicos de estatística e probabilidade no currículo brasileiro [?].

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), homologada em 2018, estrutura a matemática do ensino médio em cinco eixos: Geometria, Grandezas e Medidas, Estatística e Probabilidade, Números e Operações, e Álgebra e Funções [?]. O eixo “Estatística e Probabilidade” representa avanço em relação aos PCN, mas a estatística é descritiva, não inferencial.

A BNCC continua não incluindo limites, derivadas ou integrais. A Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) reconhece o problema explicitamente:

“Alguns livros didáticos do Ensino Médio apresentam tópicos de Cálculo Diferencial e Integral, como limite, derivada e integral, mas na maioria das vezes não são ensinados sob o pretexto de serem difíceis e impróprios a esse segmento da educação, devendo ficar restritos ao ensino superior. Assim sendo, o Cálculo faz parte do livro didático, mas não do currículo do Ensino Médio.” — SBEM, Anais do IX ENEM [?]

6.6 Geraldo Ávila e o Debate Acadêmico Pendente

Geraldo Ávila (1933–2010), professor titular do IME-USP e da UFG, fundador da *Revista do Professor de Matemática* (RPM, 1981), publicou em 1991 o artigo “*O ensino de Cálculo no 2.º grau*” (RPM número 18) [?]. O artigo argumentava em favor da reintrodução de tópicos básicos de cálculo no ensino médio brasileiro, baseando-se em três argumentos: (i) *continuidade conceitual* — ideias de limite e taxa de variação aparecem naturalmente em problemas do ensino médio; (ii) *comparativo internacional* — outros países desenvolvidos ensinam cálculo no secundário sem prejuízo aparente (argumento hoje empiricamente reforçado pelos dados desta análise); e (iii) *preparação universitária* — introdução prévia reduziria o choque enfrentado por alunos de engenharia no primeiro semestre.

Ávila publicou 38 artigos na RPM ao longo de três décadas. O debate ressurgiu periodicamente em publicações da SBM e da SBEM, mas *não houve, até a data deste artigo, alteração formal do currículo oficial nesse aspecto.*

6.7 Tentativas Legislativas Recentes

O Novo Ensino Médio, instituído pela Lei 13.415/2017 e reformulado em 2024, introduziu o conceito de itinerários formativos, permitindo que o aluno opte por trilhas como “Matemática e suas Tecnologias” [?]. A reforma *permite*, em tese, que estados ou redes ofereçam cálculo como parte de itinerário, mas *não exige*. A maioria dos itinerários estaduais não inclui cálculo explicitamente.

6.8 O Papel da Plataforma e a Acessibilidade Global

A plataforma de intervenção tecnológica proposta neste trabalho foi concebida sob a premissa fundamental de que a matemática constitui uma linguagem universal, cujas estruturas lógicas e simbólicas transcendem fronteiras nacionais e barreiras linguísticas. A decisão estratégica de projetar a aplicação com suporte a múltiplos idiomas não responde apenas a uma necessidade técnica de escalabilidade, mas a um imperativo ético de democratização do conhecimento. O objetivo é fornecer uma ferramenta que permita a estudantes de diversas geografias superar o "vácuo estrutural" do cálculo, equalizando oportunidades de acesso a conteúdos que, em muitos contextos, permanecem restritos a elites educacionais ou sistemas privados de ensino.

Nesse sentido, a tecnologia é empregada como um recurso de mediação pedagógica essencial. Fundamentada nos conceitos de scaffolding (andaime) de Bruner [?] e na Zona de Desenvolvimento Proximal de Vygotsky [?], a plataforma atua como um suporte dinâmico que auxilia o estudante na transição do pensamento aritmético para o pensamento infinitesimal. É imperativo reforçar, contudo, que a ferramenta não visa substituir o papel do professor. Pelo contrário, ela se posiciona como um recurso complementar que potencializa a atuação docente, permitindo que o professor atue como um mediador qualificado (more knowledgeable other) em um ambiente de aprendizagem enriquecido por visualizações interativas e feedback imediato, facilitando a superação dos obstáculos epistemológicos identificados por Rezende [?].

6.9 Perspectivas Futuras e Comunidade de Código Aberto (Open Source)

A sustentabilidade e a evolução da plataforma estão intrinsecamente ligadas à construção de uma comunidade colaborativa de código aberto (open source). Ao adotar um modelo de desenvolvimento aberto, o projeto convida educadores, desenvolvedores e pesquisadores a contribuir com o refinamento dos algoritmos de ensino, a correção de lacunas pedagógicas e a adaptação do conteúdo a diferentes contextos culturais e curriculares. Essa abordagem garante que a plataforma não seja um artefato estático, mas um ecossistema vivo que evolui conforme as necessidades da comunidade global de educação matemática.

As perspectivas futuras para a expansão do projeto incluem o desenvolvimento de novas trilhas de conteúdo que integrem o cálculo a outras áreas do conhecimento e demandas práticas. O roadmap de desenvolvimento prevê a inclusão de módulos voltados para a resolução de problemas complexos de física clássica e moderna, desafios aplicados de engenharia e a análise detalhada de questões de provas de concursos públicos e exames de admissão de alto nível. Essa expansão visa transformar a plataforma em um repositório abrangente de recursos educacionais abertos, consolidando-se como uma ponte eficaz entre a educação básica e as exigências rigorosas do ensino superior e do mercado de trabalho técnico-científico.

6.10 Dados Oficiais do IDH e Desenvolvimento Educacional

Ao analisarmos o cenário global, a correlação entre o Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) e a qualidade do sistema educacional torna-se evidente. Segundo o Relatório de

Desenvolvimento Humano 2023/2024 do Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento (PNUD), o Brasil ocupa a 84ª posição no ranking global, com um IDH de 0,786 [ref. 1]. Embora o país tenha apresentado um crescimento em relação ao índice de 0,780 registrado em 2022, ele ainda permanece distante de nações que utilizam a educação como motor de desenvolvimento econômico.

Em contraste, países como a Alemanha e o Japão figuram no grupo de Desenvolvimento Humano Muito Alto. A Alemanha, com um IDH de 0,959 (7ª posição mundial), e o Japão, com 0,920, possuem sistemas educacionais que investem massivamente na base científica e tecnológica [ref. 1]. Nesses países, o investimento em educação básica reflete diretamente na capacidade de inovação: enquanto a média de anos de escolaridade no Brasil é de aproximadamente 8,1 anos, na Alemanha esse número ultrapassa os 14 anos, garantindo que o estudante chegue ao ensino superior com uma maturidade matemática sólida para enfrentar as demandas das áreas de exatas e tecnologia.

6.11 O Impacto do Ensino Superior e a Adaptação em Curto Prazo

A transição do ensino médio para a graduação representa um dos maiores gargalos para a formação de capital intelectual no Brasil, especialmente nos cursos de Engenharia e Ciência da Computação. De acordo com o Mapa do Ensino Superior no Brasil 2024, publicado pelo Semesp, a taxa de evasão nos cursos presenciais de graduação atinge 24,8%, mas esse número é drasticamente superior em carreiras STEM (Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática), onde a desistência pode ultrapassar 50% ao longo do curso [ref. 2].

O principal catalisador desse abandono é a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I. Estudos apresentados no Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (COBENGE) indicam que as taxas de reprovação em Cálculo I em universidades federais, como a UFRJ, podem chegar a 70% [ref. 3]. O aluno é confrontado com a necessidade de absorver conceitos de alta complexidade — como limites, derivadas e integrais — em um intervalo de apenas um semestre (aproximadamente 18 semanas), sem ter tido qualquer contato prévio com o pensamento infinitesimal durante o ensino médio. Esse "choque de conteúdo" gera um efeito dominó de desânimo e atraso curricular, impactando diretamente a aprendizagem de disciplinas subsequentes, como algoritmos, programação e física aplicada, consolidando a matemática não como uma ferramenta de suporte, mas como uma barreira de exclusão acadêmica.

7 CONSEQUÊNCIAS MENSURÁVEIS

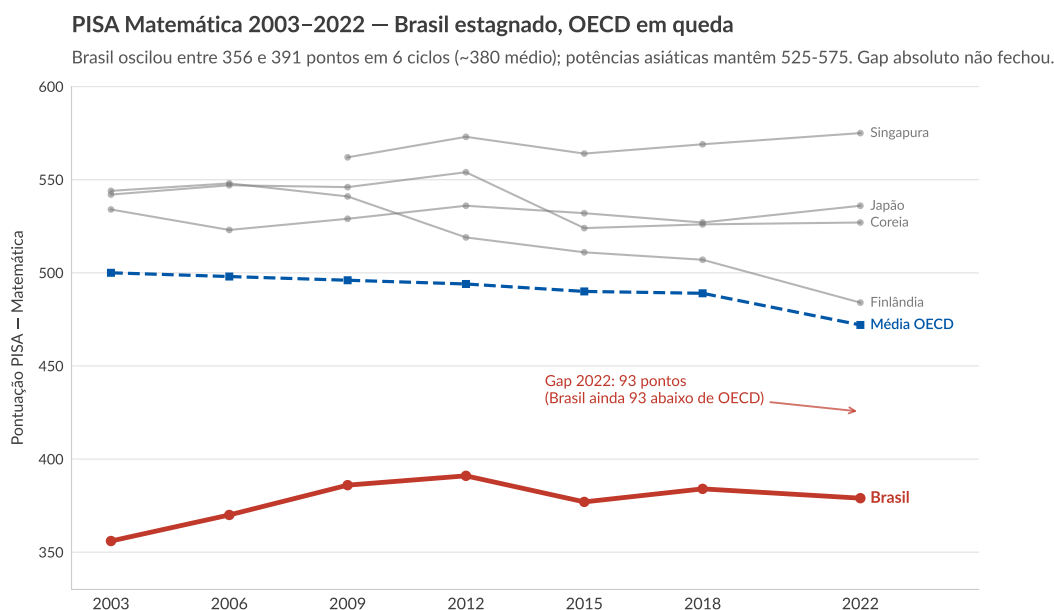
7.1 PISA 2003–2022: Série Histórica

O *Programme for International Student Assessment* (PISA), conduzido pela OECD a cada três anos, avalia jovens de 15 anos. O Brasil participa desde 2000.

Tabela 7 – PISA Brasil, série histórica em matemática (2003–2022)

Ciclo	Pontos BR	Média OECD	Gap	% top BR
2003	356	500	–144	0,3%
2006	370	498	–128	0,5%
2009	386	496	–110	0,8%
2012	389	494	–105	0,8%
2015	377	490	–113	0,7%
2018	384	489	–105	1,0%
2022	379	472	–93	1,0%

A leitura é direta: o Brasil melhorou modestamente entre 2003 e 2009, e estagnou em torno de 380 pontos desde então [?]. Apenas **1,0% dos jovens brasileiros** qualificam como top performers, contra 41% em Singapura, 32% em Taipei, 29% em Macau, 27% em Hong Kong, 23% no Japão e 23% na Coreia [?].



Fonte: OECD/PISA Volumes I (2003-2022). Singapura entrou no PISA em 2009. Brasil é proxy de output (alunos 15a., antes do cálculo em qualquer país). Compilação: Mirante dos Dados, abr/2026.

Figura 2 – PISA Matemática 2003–2022. Brasil (vermelho) oscilou entre 356 e 391 pontos em 6 ciclos, com média ~380. A média OECD (azul tracejado) caiu de 500 para 472 no mesmo período, mas o gap absoluto Brasil–OECD não fechou (–93 em 2022). Singapura, Coreia, Japão e Finlândia (cinza, contexto) mantiveram patamares 525–575. *Caveat identificacional:* PISA mede alunos de 15 anos, idade em que o cálculo ainda não foi introduzido em qualquer país da amostra. A correlação aqui é com qualidade geral de ensino fundamental, não com o canal específico “ausência de cálculo no EM”.

7.2 TIMSS Advanced 2015

O TIMSS Advanced 2015, conduzido pela IEA, avalia alunos do último ano do ensino médio em matemática avançada (que inclui cálculo) e física [?]. Nove países participaram:

França, Itália, Líbano, Noruega, Portugal, Rússia, Eslovênia, Suécia, EUA. *O Brasil não participou* — coerente com o fato de que “matemática avançada do último ano do ensino médio” não está definido no currículo nacional. A não-participação é, em si, um indicador estrutural.

7.3 Reprovação em Cálculo I

Tabela 8 – Reprovação em Cálculo I em engenharias federais brasileiras

Instituição	Período	Taxa	Fonte
Média nacional	análise consolidada	≈48%	[?]
UFRJ	período recente	≈70%	[?]
Unicamp	1997–2009	77,5% (rep + evas)	[?]
UFG	análise discente	“alto índice”	[?]

A literatura é convergente: Cálculo I é, isoladamente, a disciplina que mais reprova nas engenharias federais brasileiras. A análise epistemológica de Rezende [?] identifica o problema como estrutural, não conjuntural.

7.4 Apagão de Engenheiros

O CONFEA projeta déficit de até **1 milhão de engenheiros até 2030** caso o ritmo de matrículas continue em queda [?, ?, ?]. O número de matrículas em engenharia caiu 30% entre 2015 e 2024 (de 1,2 milhão para 887 mil); em engenharia civil especificamente, queda de 52%. A causalidade entre falha na formação básica e déficit profissional não é direta nem única, mas estudos quantitativos identificam o “ciclo básico” como o principal filtro de evasão [?].

7.5 Custo Econômico Estimado

Não há estudo quantitativo sistemático do *custo econômico* da reprovação em Cálculo I. Estimativa simples permite ordem de grandeza: se a taxa média de reprovação é 48% [?], e há aproximadamente 800 mil matrículas ativas em engenharia [?], a disciplina gera por estimativa anual cerca de 384 mil matrículas adicionais (por repetência) por ano. Considerando custo médio conservador de R\$ 6.000–R\$ 12.000/ano por disciplina, o custo direto da repetência apenas em Cálculo I, apenas em engenharia, está na ordem de **R\$ 2,3 a R\$ 4,6 bilhões por ano**. O cálculo é grosseiro e merece estudo formal; a ordem de grandeza, ainda assim, é informativa.

Caveat de incerteza estatística. O intervalo [R\$ 2,3 bi; R\$ 4,6 bi] tem *spread de 100%*; em qualquer modelagem orçamentária essa amplitude seria inaceitável sem intervalo de confiança formal. A variância vem da multiplicação de três parâmetros, cada um com incerteza própria: (a) taxa de reprovação r , com média ABENGE 48% [?] mas dispersão observada de ~48%–77,5% entre instituições [?, ?]; (b) volume de matrículas ativas M , com referência ~800k baseada em fonte midiática [?] sem auditoria do INEP; (c) custo médio por disciplina c , com piso–

teto ~R\$ 6 000–R\$ 12 000 provenientes de comparação informal com semestralidade de cursos privados (não auditada formalmente em estudo de custo direto). Em primeira aproximação, todos os três parâmetros têm coeficiente de variação σ/μ na ordem de 0,15–0,25, e o produto acumula variância: o intervalo honesto provavelmente é mais amplo que [2,3; 4,6], não mais estreito. *Recomenda-se que qualquer citação deste número fora do contexto reforce os limites da estimativa e remeta a estudo de custo direto formal sobre microdados INEP/ENADE — pendência registrada em roadmap a ser endereçada na próxima versão deste artigo.*

8 EXEMPLOS COMPARATIVOS: O QUE SE COBRA EM CADA EXAME?

Esta seção apresenta exemplos típicos de problemas de exames nacionais de matemática nos países comparados, ao final do ensino médio, para tornar concreta a discussão.

Gaokao (China) — 12.º ano: Seja $f(x) = x^3 - 3ax + 2$, onde a é constante real. (1) Discuta a monotonicidade de f . (2) Se f tem mínimo igual a 0 em algum ponto, encontre a . (3) Determine o número de raízes reais da equação $f(x) = 1$ em função de a .

Abitur Leistungskurs (Alemanha): Seja $f(x) = x \cdot e^{-x^2}$. (a) Determine os pontos críticos de f e classifique-os. (b) Calcule a área da região delimitada pelo gráfico de f e o eixo x para $x \geq 0$. (c) A função $g(t) = c \cdot t \cdot e^{-t/\tau}$ modela concentração farmacocinética. Determine c e τ .

Baccalauréat Spécialité Maths (França): Considere a EDO $y'(t) - 2y(t) = 3e^{2t}$. (1) Resolva a homogênea associada. (2) Determine solução particular $y_p(t) = at \cdot e^{2t}$. (3) Solução geral. (4) Solução com $y(0) = 1$.

AP Calculus BC (EUA): Determine o intervalo de convergência da série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n \cdot 3^n}$. Justifique cada passo do teste utilizado.

H2 Mathematics (Singapura): Curva paramétrica $x = 2 \cos t$, $y = \sin 2t$ para $0 \leq t \leq \pi/2$. (i) Mostre que $dy/dx = 2 \cos 2t / (-2 \sin t)$. (ii) Encontre o ponto onde a tangente é horizontal. (iii) Calcule a área delimitada pela curva e o eixo x .

ENEM (Brasil): Em um experimento, o número de bactérias dobra a cada hora. Se inicialmente havia 100 bactérias, quantas haverá após 5 horas? (a) 500 (b) 1.000 (c) 1.600 (d) 3.200 (e) 6.400.

O ENEM cobra crescimento exponencial em forma discreta — sem qualquer interface com derivada de exponencial, sem o conceito de taxa instantânea, sem função contínua. Compare com os problemas chinês, alemão, francês ou singapurense acima: *todos eles* exigem cálculo formal; o brasileiro exige aritmética. **É a mesma faixa etária.**

9 DISCUSSÃO

9.1 Três Níveis de Robustez

A análise apresentada permite identificar três níveis de afirmações distintas, com diferentes graus de robustez evidencial.

Nível 1 — Fato curricular: Brasil é o único, entre dez países analisados (mais o IB),

cujo currículo nacional do ensino médio não inclui cálculo diferencial e integral. *Robustez: alta.*

Nível 2 — Correlações observadas: Brasil tem desempenho substancialmente inferior em PISA 2022, taxa de top performers próxima de zero (1%), e taxas de reprovação em Cálculo I nas universidades federais que oscilam entre 48% e 77,5%. *Robustez: alta.*

Nível 3 — Inferência causal: a ausência de cálculo no ensino médio brasileiro contribui para o desempenho em PISA, para a alta reprovação em Cálculo I universitário, e para o déficit projetado de engenheiros. Aqui a robustez é mais delicada: correlação não é causal, e há fatores confundidores (qualidade geral do ensino básico, condições socioeconômicas, valorização profissional, qualidade docente). *Robustez: moderada.*

PISA como proxy do output, não do input curricular. Há uma identificação invertida que precisa ser explicitada e que, por reconhecimento honesto, fragiliza o uso direto do PISA como evidência do efeito específico “ausência de cálculo no EM”. O PISA avalia jovens de **15 anos** — idade em que o cálculo *ainda não foi introduzido* no currículo de *nenhum dos países da amostra*: Japão começa cálculo aos 16 anos no Math II/III, Singapura no H2 do junior college (16+), Alemanha no Leistungskurs (último ano), França na Spécialité de Terminale (idem), Estados Unidos no AP Calculus (12.º ano, eletivo). Em todas essas trajetórias, o aluno PISA está, por construção, na fase *pré-cálculo*. Em consequência, o gap PISA brasileiro mede *antes* qualidade do ensino fundamental, condições socioeconômicas, formação docente e disposição cultural em relação a STEM *do que* o efeito da omissão do cálculo no EM. Esta limitação de identificação é registrada aqui em texto para impedir sobre-interpretação do resultado.

A consequência metodológica direta é que a triangulação Nível 2 deste artigo *não* pode ser lida como “PISA \Rightarrow ausência de cálculo no EM tem efeito mensurável”. A leitura honesta é mais modesta: “Brasil tem desempenho fundamentalmente fraco em matemática mesmo *antes* do gap curricular do EM, o que sugere que (a) há problema sistêmico anterior ao cálculo, e (b) a introdução do cálculo no EM pode ser *condição necessária mas não suficiente* para fechar o gap”. Para o canal causal específico “ausência de cálculo no EM \Rightarrow reprovação universitária \Rightarrow déficit de engenheiros”, a evidência interna mais forte deste artigo é a Seção 7.2 (taxas de reprovação em Cálculo I) + Seção 8 (problemas comparativos), *não* o PISA.

9.2 Contra-Argumentos

Em fidelidade ao princípio acadêmico de *steelmanning*, listam-se os contra-argumentos contra a inclusão de cálculo no ensino médio brasileiro:

(C1) “**A base é fraca demais**”: alunos brasileiros chegam ao 1.º ano do EM sem domínio sólido de aritmética e álgebra; introduzir cálculo agravaria a sobrecarga. *Resposta*: o argumento é parcialmente válido, mas resolve-se com sequenciamento de Bruner. Singapura, Coreia e Japão tinham bases fracas em meados do século XX e construíram a partir delas.

(C2) “**Não há professores qualificados**”: licenciaturas em matemática brasileiras fre-

quentemente cobrem cálculo apenas superficialmente. *Resposta*: argumento empiricamente forte. A solução exige investimento em formação docente continuada e material de apoio. Educação aberta pode complementar, não substituir, a formação docente.

(C3) “Não cabe na carga horária”: o ensino médio brasileiro tem 800h/ano por lei, com matemática típica de ≈ 3 h/semana. *Resposta*: comparativo internacional: Japão tem ≈ 5 h/semana; Singapura H2 Math tem ≈ 6 h/semana; Alemanha Leistungskurs tem ≈ 5 h/semana. A solução não é só “incluir mais conteúdo” mas reorganizar prioridades.

(C4) “Vai aumentar a desigualdade”: alunos de escolas privadas aprenderão cálculo, alunos de escolas públicas não. *Resposta*: argumento politicamente forte mas tecnicamente reversível. Hoje, a estratificação *já existe*: alunos de IB DP em escolas particulares aprendem cálculo; alunos de escolas públicas, não. Tornar o cálculo parte da BNCC *reduz*, não aumenta, a desigualdade.

9.3 O que Sabemos e o que Não Sabemos

Sabemos com alta confiança: (i) o Brasil é exceção curricular internacional; (ii) há reprovação massiva em Cálculo I; (iii) há déficit de engenheiros; (iv) Bruner-Vygotsky-Rezende oferecem arcabouço pedagógico viável; (v) Singapura demonstrou viabilidade empírica em escala nacional.

Não sabemos com alta confiança: (i) qual fração da reprovação universitária é causalmente atribuível à omissão curricular vs. outros fatores; (ii) qual seria o desenho ótimo de currículo brasileiro de cálculo no EM; (iii) qual o custo de implementação em larga escala. Essas questões merecem pesquisa empírica adicional.

10 IMPLICAÇÕES PARA POLÍTICA PÚBLICA E EDUCAÇÃO ABERTA

10.1 Implicações Curriculares

A revisão da BNCC do ensino médio é tarefa de longa duração e política. Recomenda-se, para a próxima revisão, introduzir como conteúdo do 3.º ano do EM, na trilha de “Matemática e suas Tecnologias”, pelo menos: (i) noção formal de taxa instantânea de variação; (ii) conceito de derivada de funções polinomiais e exponenciais simples; (iii) interpretação geométrica de derivada como inclinação da tangente; (iv) noção de área sob curva como soma infinitesimal; (v) Teorema Fundamental do Cálculo em forma intuitiva (sem demonstração formal).

Essa lista é deliberadamente conservadora — corresponde aproximadamente à metade do AP Calculus AB ou à metade do Math III japonês.

10.2 Implicações para Formação Docente

A inclusão de cálculo na BNCC do EM exige que licenciaturas formem professores capazes de ensiná-lo. Hoje, licenciaturas em Matemática brasileiras cobrem Cálculo I e II como pré-requisito, mas raramente abordam *como ensinar cálculo no nível secundário* — uma lacuna

na formação que precisa ser preenchida. CAPES e MEC têm programas de formação continuada que podem ser direcionados.

10.3 Implicações para Educação Aberta

Independentemente da reforma curricular oficial, iniciativas de educação aberta podem preencher parte do vácuo. A iniciativa do **Clube da Matemática** (leonardochalhoub.github.io/Clube-da-Matematica) é um exemplo de plataforma open source dedicada a esse vácuo [?]. O projeto adota arquitetura editorial em sete “portas” — *formal* (rigorosa) e versões para idades 5, 10, 15, 25, 40 anos, mais uma porta *Prática* com cenários reais. Para a faixa de 15 anos, o projeto permite explicitamente apresentação de fórmulas e intuições de cálculo (derivada como velocidade instantânea, integral como área), ainda sem o rigor ε - δ universitário — uma operacionalização direta dos princípios de Bruner.

11 CONCLUSÃO

Este artigo documenta, com base em fontes oficiais de dez países e do programa International Baccalaureate, que o Brasil é o único da amostra cujo currículo nacional do ensino médio não inclui cálculo diferencial e integral. O fato é verificável, replicável e historicamente conhecido. Em duzentos anos de trajetória educacional brasileira, o cálculo esteve presente em apenas um período breve — a Reforma Benjamin Constant (1890–1899) — e foi abolido sem nunca retornar ao currículo oficial.

A consequência mensurável é o desempenho do Brasil em avaliações internacionais (PISA 2022: 379 pontos, 1% de top performers, vinte anos de estagnação), combinado com taxas de reprovação em Cálculo I universitário entre 48% e 77,5% nas engenharias federais e um déficit projetado de até 1 milhão de profissionais de engenharia até 2030 — com custo direto de repetência estimado na ordem de R\$ 2 a R\$ 5 bilhões anuais.

O arcabouço pedagógico que tornaria viável a reintrodução está consolidado: Bruner sobre currículo em espiral, Vygotsky sobre ZPD, Rezende sobre obstáculos epistemológicos. Singapura demonstrou empiricamente, ao longo de quarenta anos, que a aplicação sistemática desses princípios produz resultados internacionais de excelência.

A inferência causal estrita entre vácuo curricular e os indicadores mensuráveis é difícil de estabelecer com rigor; a correlação, contudo, é robusta, e a literatura brasileira (Ávila desde 1991, Rezende desde 2003) converge para a hipótese de que a intervenção curricular seria parte da solução.

Independentemente do mérito da reforma curricular oficial, iniciativas de educação aberta podem preencher parte do vácuo de forma complementar, com calibração explícita pelo padrão internacional dominante (AP Calculus, Spécialité Mathématiques, H2 Mathematics, Math III, Abitur Leistungskurs). É uma intervenção de baixo custo, baixo risco e benefício potencial não nulo — a lógica que justifica a maioria dos recursos educacionais abertos.

O Brasil é exceção curricular. Não precisa continuar sendo.

DECLARAÇÃO DE CONFLITO DE INTERESSE E FINANCIAMENTO

Conflito de interesse — Leonardo Chalhoub. O primeiro autor mantém, paralelamente a este artigo, o projeto **Clube da Matemática**, iniciativa pessoal de recursos educacionais abertos em português voltada a estudantes brasileiros de ensino médio interessados em matemática avançada (cálculo, álgebra linear, análise combinatória), disponível em <https://leonardochalhoub.github.io/Clube-da-Matematica>. O projeto é gratuito, não-comercial neste momento, e mantido em repositório público no GitHub. As recomendações da Seção 10.3 deste artigo (educação aberta como mitigação não-curricular do gap documentado) são logicamente consistentes com a existência do Clube da Matemática — mas o argumento substantivo do artigo (Brasil é o único país da amostra cujo currículo nacional não inclui cálculo no ensino médio) independe completamente desse projeto pessoal e foi sustentado em fontes primárias documentais verificáveis.

Conflito de interesse — Jefferson Korte Junior. O segundo autor declara não possuir vínculos financeiros, institucionais ou pessoais que possam configurar conflito de interesse com o objeto deste artigo.

Financiamento. Os autores declaram que nenhum financiamento externo, edital governamental ou apoio de fomento privado foi recebido para a produção deste artigo. Toda a pesquisa foi conduzida com recursos próprios dos autores.

Contribuição dos autores. Os autores contribuíram conjuntamente para a concepção do estudo, a curadoria das fontes curriculares oficiais utilizadas e a redação final. Ambos os autores revisaram e aprovaram a versão submetida.

REFERÊNCIAS

- [1] PNUD. **Relatório de Desenvolvimento Humano 2023/2024: Romper o impasse: reimaginar a cooperação num mundo polarizado**. Nova York: PNUD, 2024. Disponível em: <https://hdr.undp.org/content/human-development-report-2023-24>. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [2] SEMESP. **Mapa do Ensino Superior no Brasil 2024**. 14. ed. São Paulo: Instituto Semesp, 2024. Disponível em: <https://www.semesp.org.br/mapa/>. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [3] MACAMBIRA, I. Q. et al. **Reprovação na disciplina cálculo nos cursos de engenharia**. In: Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (COBENGE), XLVI, 2018, Salvador. Anais... Salvador: ABENGE, 2018.
- [4] ABENGE. **Reprovação na disciplina cálculo nos cursos de engenharia**. Anais do COBENGE. Disponível em: <https://www.abenge.org.br/cobenge/legado/arquivos/5/Artigos/128885.pdf>. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [5] ANNABAC. **Bac Maths: Programme Maths Terminale Générale**. Disponível em: <https://www.annabac.com/terminale-generale/mathematiques>. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [6] COLLEGE BOARD. **AP Calculus AB and BC Course and Exam Description**. New York: College Board, 2024. Disponível em: <https://apcentral.collegeboard.org/media/pdf/ap-calculus-ab-and-bc-course-and-exam-description.pdf>. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [7] COLLEGE BOARD. **AP Statistics Course Overview**. Disponível em: <https://apstudents.collegeboard.org/courses/ap-statistics>. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [8] ÁVILA, G. O ensino de Cálculo no 2.º grau. **Revista do Professor de Matemática**, n. 18, p. 1–9, 1991. Disponível em: <https://rpm.org.br/cdrpm/18/1.htm>. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [9] BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio**. Brasília: MEC, 2018.
- [10] BRUNER, J. S. **The Process of Education**. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1960.
- [11] BRUNER, J. S. **Toward a Theory of Instruction**. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1966.
- [12] CADERNO PEDAGÓGICO. **Apagão de engenheiro civil no Brasil: análise da trajetória dos estudantes de engenharia civil**. v. 21, 2024. Disponível em: <https://ojs.studiespublicacoes.com.br/ojs/index.php/cadped/article/view/23522>. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [13] CENTRO ACADÊMICO DE ENGENHARIA, UFRJ. **Resultado de Cálculo 1: 70% de reprovação**. Comunicado público, 2023. Disponível em: <https://pt-br.facebook.com/UFRJ.CAEng/photos/a.625381080880989/1758435587575527/>. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [14] BRASIL. **Decreto-Lei n.º 4.244, de 9 de abril de 1942 — Lei Orgânica do Ensino Secundário (Reforma Capanema)**. Diário Oficial da União. Disponível em: <https://www.lexml.gov.br/urn/urn:lex:br:federal:decreto.lei:1942-04-09;4244>. Acesso em: 28 abr. 2026.

- [15] CHALHOUB, L. **Clube da Matemática: aprenda matemática de verdade**. Open source, em português. 2026. Disponível em: <https://leonardochalhoub.github.io/Clube-da-Matematica>. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [16] CONFEA. **Confea alerta para déficit de engenheiros e defende foco na matemática**. Brasília, 2025. Disponível em: <https://www.confea.org.br/confea-alerta-para-deficit-de-engenheiros-e-defende-foco-na-matematica>. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [17] CONTECC. **Análise das reprovações discentes no curso de Engenharia da UFG**. Anais CONTECC 2021.
- [18] COLÉGIO PEDRO II. **Histórico institucional**. Rio de Janeiro: Colégio Pedro II, 1837 (fundação). Disponível em: <http://www.cp2.g12.br/ocolegio/historico.htm>. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [19] COLLEGE SCHOLASTIC ABILITY TEST. In: **Wikipedia**. Disponível em: https://en.wikipedia.org/wiki/College_Scholastic_Ability_Test. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [20] ÉDUSCOL. **Programme de spécialité de mathématiques de terminale générale**. Paris: Ministère de l'Éducation Nationale, 2019. Disponível em: <https://eduscol.education.fr/document/24568/download>. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [21] UNIFIED STATE EXAM. In: **Wikipedia**. Disponível em: https://en.wikipedia.org/wiki/Unified_State_Exam. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [22] EURYDICE. **Teaching and learning in general upper secondary education – Finland**. European Commission. Disponível em: <https://eurydice.eacea.ec.europa.eu/eurypedia/finland/teaching-and-learning-general-upper-secondary-education>. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [23] EURYDICE. **Assessment in general upper secondary education – Germany**. European Commission. Disponível em: <https://eurydice.eacea.ec.europa.eu/eurypedia/germany/assessment-general-upper-secondary-education>. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [24] IB MATH MASTER. **IB Math AA HL Syllabus**. Disponível em: <https://ibmathmaster.com/ib-math-aa-hl/syllabus/>. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [25] INTERNATIONAL BACCALAUREATE ORGANIZATION. **Diploma Programme Mathematics: Analysis and Approaches Guide**. Geneva: IBO, 2019. Disponível em: <https://ibo.org/programmes/diploma-programme/curriculum/mathematics/>. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [26] JASSO. **EJU Mathematics Syllabus 2026**. Tokyo: Japan Student Services Organization. Disponível em: <https://www.jasso.go.jp/en/ryugaku/eju/examinee/syllabus/mathematics.html>. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [27] LEVIE, C. **Math Education in Japanese High Schools**. Disponível em: <https://charleslevie.com/home-2-5/math-education-in-japanese-high-schools/>. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [28] BRASIL. Ministério da Educação. **O que muda no ensino médio a partir de 2025**. Brasília: MEC, 2024. Disponível em: <https://www.gov.br/mec/pt-br/assuntos/noticias/2024/agosto/o-que-muda-no-ensino-medio-a-partir-de-2025>. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [29] SOARES, F. **Movimento da Matemática Moderna no Brasil: uma renovação do ensino de matemática nas décadas de 1960 a 1980**. Boletim Cearense de Educação e História

- da Matemática. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/2846>. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [30] BÚRIGO, E. Z. **Oswaldo Sangiorgi e o Movimento da Matemática Moderna no Brasil**. Revista Diálogo Educacional, PUCPR. Disponível em: <https://periodicos.pucpr.br/dialogoeducacional/article/view/3724>. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [31] MINISTRY OF EDUCATION SINGAPORE. **Pre-University H2 Mathematics Syllabus**. Singapore: MOE, 2024. Disponível em: <https://www.moe.gov.sg/-/media/files/post-secondary/syllabuses/maths/2024-pre-university-h2-mathematics.pdf>. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [32] MOSCOW STATE SCHOOL 57. In: **Wikipedia**. Disponível em: https://en.wikipedia.org/wiki/Moscow_State_School_57. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [33] NRW STANDARDSICHERUNG. **Mathematik im Zentralabitur der gymnasialen Oberstufe**. Düsseldorf: Schulministerium NRW. Disponível em: <https://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/zentralabitur-gost/faecher/mathematik-gost>. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [34] FINNISH NATIONAL AGENCY FOR EDUCATION. **National Core Curriculum for General Upper Secondary Education 2019**. Helsinki: OPH, 2019. Disponível em: https://www.oph.fi/sites/default/files/documents/LOPS2019%20English%20translation%202024%20final_0.pdf. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [35] O TEMPO. **Brasil pode ter déficit de um milhão de engenheiros**. 26 out. 2025. Disponível em: <https://www.otempo.com.br/economia/2025/10/26/brasil-pode-ter-deficit-de-um-milhao-de-engenheiros-e-obras-estruturantes-ficam-ameacadas>. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [36] OECD. **PISA 2022 Results – Country Note: Brazil**. Paris: OECD Publishing, 2023.
- [37] OECD. **PISA 2022 Results (Volume I): The State of Learning and Equity in Education**. Paris: OECD Publishing, 2023.
- [38] INEP. **Histórico do PISA — série temporal Brasil 2003–2022**. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/pisa/historico>. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [39] POSITIVISMO, ENSINO SECUNDÁRIO E CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL. **Revista História da Educação**, 2023. Disponível em: http://educa.fcc.org.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2236-34592023000100131. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [40] PUC-RIO. **Os Anos a Partir da Reforma Benjamin Constant**. Rio de Janeiro: PUC-Rio. Disponível em: https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/35467/35467_6.PDF. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [41] REZENDE, W. M. **O Ensino de Cálculo: Dificuldades de Natureza Epistemológica**. Tese (Doutorado em Educação) — IME-USP, São Paulo, 2003. Disponível em: https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-27022014-121106/publico/WANDERLEY_REZENDE.pdf. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [42] SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **O Cálculo Diferencial e Integral e o Ensino Médio**. Anais do IX ENEM. Disponível em: https://www.sbemrasil.org.br/files/ix_enem/Poster/Trabalhos/P002944174789T.doc. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [43] SEAB SINGAPORE. **Mathematics (Syllabus 9758) – GCE A-Level**. Singapore: Singapore Examinations and Assessment Board, 2022. Disponível em: <https://www.seab>

- .gov.sg/docs/default-source/national-examinations/syllabus/alevel/2022syllabus/9758_y22_sy.pdf. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [44] SENGE-RJ. **Não é apagão de engenheiros: é apagão de condições para fazer engenharia no Brasil**. Disponível em: <https://sengerj.org.br/nao-e-apagao-de-engenheiros-e-apagao-de-condicoes-para-fazer-engenharia-no-brasil/>. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [45] SINGAPORE MATH (CPA APPROACH). In: **Wikipedia**. Disponível em: https://en.wikipedia.org/wiki/Singapore_math. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [46] TIMSS & PIRLS INTERNATIONAL STUDY CENTER. **TIMSS Advanced 2015: Russian Federation**. Boston College, 2016. Disponível em: <https://timssandpirls.bc.edu/timss2015/international-results/advanced/timss-advanced-2015/mathematics/programs-and-curriculum/russian-federation-description-of-advanced-mathematics-programs-and-curricula/>. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [47] TOM CIRCLE. **China Gaokao Math Syllabus**. 2019. Disponível em: <https://tomcircle.wordpress.com/2019/02/23/china-gaokao-syllabus/>. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [48] COSTA, A. F. **O Ensino de Probabilidade e o Novo Ensino Médio: reflexões a partir da BNCC e do Currículo Paulista**. UFOP, 2021. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/350100171>. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [49] UNICAMP. **Disciplina com alto índice de reprovação é tema de pesquisa**. Jornal da Unicamp, n. 581. Disponível em: <https://unicamp.br/unicamp/ju/581/disciplina-com-alto-indice-de-reprovacao-e-tema-de-pesquisa>. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [50] VYGOTSKY, L. S. **Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes**. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1978 (publicação póstuma).
- [51] WORLD EDUCATION NEWS & REVIEWS. **Senior Secondary Mathematics Education in China**. WENR, 2012. Disponível em: <https://wenr.wes.org/2012/07/wenr-junejuly-2012-senior-secondary-mathematics-education-in-china>. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [52] YOCKET. **Korean SAT 2025: Exam Pattern, Syllabus, Eligibility & Difficulty**. 2025. Disponível em: <https://yocket.com/blog/korean-sat-exam>. Acesso em: 28 abr. 2026.
- [53] ZDM — MATHEMATICS EDUCATION. **Comparison of the Abitur examination in mathematics in Germany before and after reunification in 1990**. Springer, 2021. DOI: 10.1007/s11858-021-01289-4.